Revenge on My Boss

Búsqueda binaria sobre el valor de la respuesta.

Reordenamos el costo para un orden en particular:

$$
\begin{aligned}
(\sum_{i=1}^{m} a_i + \sum_{i=m}^{n} b_i) \cdot c_m &= (\sum_{i=1}^{m} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i - \sum_{i=1}^{m-1} b_i) \cdot c_m \\
&= (\sum_{i=1}^{m} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i - \sum_{i=1}^{m} b_i + b_m) \cdot c_m
\end{aligned}
$$

Sea $B = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i$, $d_i = a_i - b_i$ y $D_m = \sum\limits_{i=1}^{m} d_i$:

$$
\begin{aligned}
(\sum_{i=1}^{m} a_i + \sum_{i=m}^{n} b_i) \cdot c_m &= (\sum_{i=1}^{m} d_i + B + b_m) \cdot c_m \\
&= (D_m + B + b_m) \cdot c_m
\end{aligned}
$$

Sea un valor P (posible máximo valor en el que el jefe nos puede dejar si nosotros ordenamos).

Dado nuestro orden, debe cumplirse para todo m:

$$
\begin{aligned}
(D_m + B + b_m) \cdot c_m &\le P \\
\implies D_m + B + b_m &\le \left\lfloor \frac{P}{c_m} \right\rfloor \\
\implies D_m \le \left\lfloor \frac{P}{c_m} \right\rfloor - B - b_m
\end{aligned}
$$

El lado derecho no depende del orden, el izquierdo si. Lo que sigue después es para que la parte posterior quede más fácil, pero aún así como está ahora es posible llegar a una solución parecida.

$$
\begin{aligned}
\implies D_{m-1} + d_m &\le \left\lfloor \frac{P}{c_m} \right\rfloor - B - b_m \\
\implies D_{m-1} &\le \left\lfloor \frac{P}{c_m} \right\rfloor - B - a_m
\end{aligned}
$$

Llamamos $z_i = \left\lfloor \frac{P}{c_m} \right\rfloor - B - a_m$.

Ahora tenemos pares (d_i, z_i) y queremos colocarlos en algún orden tal que para todo $1 \le m \le n$:

$$D_{m-1} \le z_m$$

donde D_{m-1} es la suma de los primeros $m-1$ valores colocados ($D_0 = 0$).

Claramente es mejor colocar primero los que tienen $d_i \le 0$. Si dos tienen $d_i \le 0$ entonces colocamos primero el que tiene mayor z_i (por si el z_i es negativo colocamos el mayor que es el que tiene las mejores posibilidades de sobrevivir a la suma de d_i's actual).

Si hay $d_i > 0$ y $d_j > 0$, ordenamos según $d_i + z_i$ de menor a mayor. Para demostrarlo muestren que si no se puede con este orden entonces no se puede con otro.

Ordenamos según el criterio anterior y vemos si la desigualdad se cumple en todo punto $1 \leq m \leq n$.

Usando búsqueda binaria sobre P podemos determinar el orden buscado.

$O(n \log n \log V)$.